

In den Fällen, wo alle M_r endlich sind, betrachten wir jetzt die ε -Abhängigkeit der Zweipunktfunktion. Für α^1 und entsprechend für β und γ ergibt sich

$$\alpha = \sum_{j=1}^{\infty} a_j m^{j-1} \lambda^{2j/p'} (-i\varepsilon)^{2j/p'-j+2}, \quad (9)$$

woraus man durch Umordnung

$$\alpha = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{i^2 \varepsilon^2 A_{\nu}}{m} \left[\left(1 + \left(\frac{m \lambda^{2\nu/p'}}{(-i\varepsilon)^{2\nu/p'+1}} \right)^{\nu} \right)^{2/[\nu(-2/p'+1)]} - 1 \right] \quad (10)$$

erhält, wobei die Zahlenfaktoren A_{ν} durch die Zahlenfaktoren a_j bestimmt sind. Zum Zwecke des Grenzüberganges $\varepsilon \rightarrow 0$ formen wir (10) um in

$$\alpha = \sum_{\nu=1}^{\infty} \left\{ A_{\nu} \left[\frac{(-i\varepsilon)^{\nu(-2/p'+1)}}{m^{\nu/2} \cdot (-2/p'+1)} + \frac{m^{\nu} \lambda^{2\nu/p'}}{m^{\nu/2} \cdot (-2/p'+1)} \right]^{2/[\nu(-2/p'+1)]} - \frac{i^2 \varepsilon^2 A_{\nu}}{m} \right\}. \quad (11)$$

Für $-2/p'+1 > 0$, d. h. für $p' > 2$, läßt sich der Grenzübergang ausführen und ergibt

$$\alpha = \sum_{\nu=1}^{\infty} A_{\nu} \lambda^{4/(p'-2)} m^{(p'+2)/(p'-2)}, \quad (12)$$

also einen ε -unabhängigen, reellen Ausdruck.

Für $-2/p'+1 < 0$, d. h. für $0 < p' < 2$, bewirkt der erste Term in (11), daß jeder Summand verschwindet, genau wie in (9), so daß obige Umordnung von (9) nicht zum Ziel führt. Das hängt damit zusammen, daß für $0 < p' < 2$ in (9) nur positive Exponenten von ε auftreten.

Die Fälle $p' = 0$ und $p' = 2$ bedürfen einer gesonderten Behandlung, wobei für $p' = 2$ in (9) ebenfalls nur positive Exponenten von ε auftreten, und zwar immer der Exponent 2.

Herrn Prof. G. HEBER und Herrn Dr. A. KÜHNEL bin ich für ihr Interesse und für ihre Diskussionsbeiträge zu Dank verpflichtet.

Zur akustischen Dispersion in dünnen zylindrischen Stäben

H. GEHM und G. LIEDTKE

I. Physikalisches Institut der Technischen Hochschule Aachen
(Z. Naturforschg. 22 a, 1466—1468 [1967]; eingegangen am 30. Mai 1967)

The risetime of a piezoelectric transducer is mainly affected by the acoustical dispersion in the elastic rod mounted before the piezoelectric element. The aim of this paper firstly is the calculation of the proportionality factor in the BAGANOFF formula of risetime. Secondly we shall prove the so completed formula experimentally. Theory and experiments are in a good agreement.

Das Sondensignal in piezoelektrischen Drucksonden ergibt sich durch Faltung des Eingangssignals mit den Verzerrungsfunktionen des Druckleiters und des Piezoplättchens. Nimmt man an, daß die Länge des Druckleiters groß ist im Vergleich zur Länge des Piezoplättchens, so erfolgt die Verzerrung im wesentlichen im Druckleiter. Die Anstiegszeit des Sondensignals ergibt sich dann in erster Näherung als Summe der Anstiegszeit des Signals am Ende des Druckleiters und der Laufzeit im Piezoplättchen. Ist das Eingangssignal eine Sprungfunktion, so erhält man für die Gesamtanstiegszeit $\tau = \tau_D + \tau_P$ mit $\tau_D \gg \tau_P = d/c_P$ (d = Dicke der Piezo-

schicht, c_P = Schallgeschwindigkeit im Plättchen). Die Größe τ_D ist nur durch die elastischen und geometrischen Eigenschaften des Druckleiters bestimmt. Zu ihrer Berechnung greifen wir auf eine Arbeit von SKALAK¹ zurück, die die Verzerrung eines Drucksprungs in einem dünnen zylindrischen Stab behandelt.

Betrachtet wird ein Stab der Länge L und des Durchmessers D mit $L > 20D$. Das Koordinatensystem wird so gewählt, daß die Stabachse mit der z -Achse zusammenfällt. Zur Zeit $t=0$ tritt an der Stelle $z=0$ ein Drucksprung auf. Die damit verbundene Verzerrung pflanzt sich im Stab fort. Für die Punkte konstanter Verzerrung $u_z = \text{const.}$ leitet SKALAK folgendes Weg-Zeit-Gesetz her:

$$z' = \alpha(u) (3d t)^{1/3} \quad (1)$$

mit $z' = z - c_l t$, $d = \frac{1}{16} \nu^2 D^2 c_l$,

$(E/\varrho)^{1/2} = c_l$, ν = Poisson-Zahl. Die Funktion $\alpha(u)$ wurde von SKALAK numerisch berechnet. Ihr Verlauf ist in Abb. 1 dargestellt. Definiert man die Anstiegszeit als Spanne zwischen 5% und 100% der maximalen Verzerrungsamplitude, so erhält man für große Laufzeiten ($z \gg z'$)

$$\tau_D = c_l^{-1} (z'(u_{\max}, t_1) - z'(0,05 u_{\max}, t_1))$$

¹ R. SKALAK, J. Appl. Mech. 24, 59 [1957].



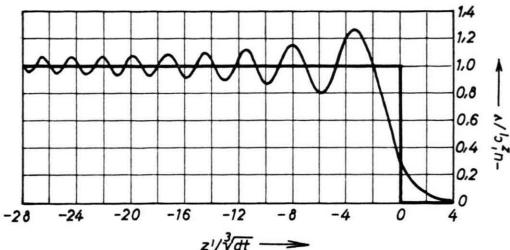


Abb. 1. Normierte Darstellung des Verzerrungsprofils $\alpha(u)$ eines zylindrischen Stabes nach SKALAK¹.

oder mit (1)

$$\tau_D = (\alpha(u_{\max}) - \alpha(0,05 u_{\max})) \left(\frac{3}{16}\right)^{1/3} \nu^{2/3} (L/D)^{1/3} D \cdot c_l^{-1}.$$

Die α -Werte ergeben sich aus Abb. 1 zu

$$\alpha(u_{\max}) = 2,5 \cdot 3^{-1/2}, \alpha(0,05 u_{\max}) = -3,2 \cdot 3^{-1/2}.$$

Damit erhält man schließlich

$$\tau_D = 2,33 \nu^{2/3} (L/D)^{1/3} D c_l^{-1}. \quad (2)$$

Bis auf den Zahlenfaktor 2,38 wurde diese Formel bereits von BAGANOFF² angegeben. Die Kenntnis des Zahlenfaktors gestattet einen quantitativen Vergleich mit Experimenten.

Zur Überprüfung von Formel (2) wird eine Versuchssonde benutzt, die aus einem vorderen und hinteren Druckleiter besteht (Abb. 2). Die Stirnflächen der Druckleiter sind senkrecht zur Stabachse planparallel

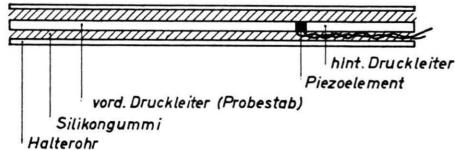


Abb. 2. Schema der Versuchssonde.

geschliffen. Der Fehler beträgt $0,05^\circ$. Zwischen die Druckleiter ist ein 0,4 mm dicker zylindrisches Piezokeramikplättchen (Philips PXE 5) gleichen Durchmessers mit elektrisch leitendem Kleber (Silver Epoxy, Ciba AG) gekittet. Die Klebeschichten bilden die Elektroden, von denen die Spannung über dünne Kupferdrähte (0,1 mm \varnothing) abgenommen wird. Die Zuleitung zum Oszillographen erfolgt über einen Kathodenfolger mit angepaßtem Abschirmkabel, wie er von BÜCHEL³ beschrieben wurde. Druckleiter und Piezokeramik bilden eine Einheit, die mit Silikongummi

zentriert in ein Glasrohr (4 × 6 mm \varnothing) eingegossen ist. Die gemessene Anstiegszeit ist die anfangs erwähnte Summe aus der Anstiegszeit des vorderen Druckleiters und der Anstiegszeit der Piezokeramik, so daß gilt:

$$\tau_D^* = \tau_{\text{gemessen}} - d/c_l.$$

Um den gesamten Anstieg zuverlässig beobachten zu können, wird durch eine zusätzliche Sonde getriggert. Es sei noch erwähnt, daß Mehrfachreflexion im Plättchen infolge schlechter akustischer Anpassung die Messung nicht beeinträchtigt, da jeweils nur die Zeit bis zum ersten Maximum des Signals ausgewertet wird. Typische Sondensignale sind in Abb. 3 und Abb. 4 dargestellt.

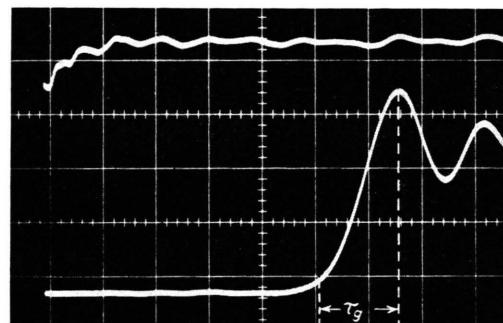


Abb. 3. Oszillogramm eines Sondensignals. Oberer Strahl: Triggersonde 1 V/cm, unterer Strahl: Versuchssonde 0,2 V/cm, Strahlgeschwindigkeit: 0,5 cm/ μ s; die Zeit τ_g ist die gemessene Anstiegszeit.

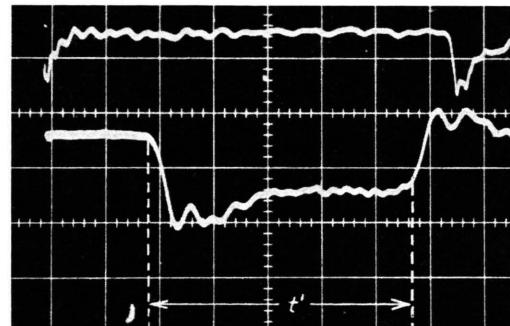


Abb. 4. Oszillogramm eines Sondensignals. Oberer Strahl: Triggersonde 1 V/cm, unterer Strahl: Versuchssonde 0,2 V/cm, Strahlgeschwindigkeit: 0,2 cm/ μ s. Die Zeit $t' = 2 L' \cdot c_l^{-1}$ ist die Zeit des Hin- und Rücklaufs des Drucksprunges im hinteren Druckleiter der Länge L' .

Material	Hersteller	E (kp/mm 2)	G (kp/mm 2)	ν	ρ (g cm $^{-3}$)	c_l (mm/ μ s)
Borsilikat	Glaswerke	7700	3200	0,21	2,52	5,41
Glas	Ruhr Essen	(-)	(-)	(0,205)	(2,61)	(5,45)
Messing	Osnabrücker	11000	4200	0,32	8,4	3,5
Ms 58	Kupfer- u. Drahtwerke	(11050)	(-)	(-)	(8,34)	(3,6)

Tab. 1. Materialkonstanten der verwendeten Druckleiterstäbe.

² D. BAGANOFF, Rev. Sci. Instr. 35, 288 [1964].

³ K. BÜCHEL, Institutsbericht Garching IPP 1/Juli 1963.

Formel (2) wird überprüft, indem man für verschiedene Materialien L und D verändert und anschließend die gemessenen Werte τ_D^* mit den theoretischen Werten τ_D vergleicht. Als Druckleitermaterial wurden Gerätglas und Messing MS 58 verwendet. Die in Tab. 1 angegebenen elastischen Eigenschaften dieser Stoffe wurden uns von den Herstellern angegeben. Zur Kontrolle wurden die Schallgeschwindigkeit (Reflexionsmessung), der E -Modul (KUNDT'sche Methode) und die Dichte (Wägen) überprüft. Die hierbei erhaltenen Ergebnisse sind in der nachfolgenden Tabelle in Klammern gesetzt.

Man sieht, daß die gemessenen elastischen Daten von den theoretischen Werten um ca. 5% abweichen. Nimmt man noch einen Fehler von 5% des Proportionalitätsfaktors in Gl. (2) an, so ergibt sich aus dieser Gleichung ein maximaler Fehler von 18% für τ_D . Die Meßgenauigkeit von τ_D^* beträgt etwa 10%. Die Kurven $\tau_D = \tau_D(L, D, v, c_l)$ sind mit den theoretischen Werten der Schallgeschwindigkeit und der Poisson-Zahl berechnet worden. Die gemessenen Anstiegszeiten sind mit ihrem Meßfehler in die Abb. 5 eingezeichnet. Innerhalb der angegebenen Fehlergrenzen zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment.

Zum Einfluß kathodischer Wasserstoffbeladung auf die ferromagnetische Widerstandsanomalie von Nickel Kupfer-Legierungen

H. J. BAUER

Sektion Physik der Universität München,
Lehrstuhl Prof. FAESSLER

(Z. Naturforsch. 22 a, 1468—1469 [1967]; eingegangen am 15. Juli 1967)

Die *ferromagnetische Widerstandsanomalie* (FWA) beruht auf einer Erniedrigung des elektrischen Widerstandes ferromagnetischer Metalle infolge des Auftretens spontaner Magnetisierung¹. Sie kann durch Messung der Temperaturabhängigkeit des Widerstandes $R(T)$ ermittelt werden und erlaubt auf diese Weise die Lage des CURIE-Gebietes bzw. der CURIE-Temperatur (CT) zu bestimmen, deren Wert etwa dem aus magnetischen Messungen gewonnenen entspricht^{2, 3}. In der vorliegenden Arbeit soll der Einfluß einer elektrolytischen Wasserstoffbeladung auf die FWA von Legierungen des Nickels mit Kupfer untersucht werden.

Es ist bekannt, daß die spontane Magnetisierung des Nickels durch kathodische Beladung mit Wasserstoff

- 1 W. GERLACH, H. BITTEL u. S. VELAYOS, Ber. bayer. Akad. Wiss., Math.-naturwiss. Abt. 1936. — N. F. MOTT, Proc. Roy. Soc. London A **153**, 699 [1936].
- 2 W. GERLACH, Z. Elektrochem. **45**, 151 [1939].
- 3 K. P. BELOV, Magnetic Transitions, Consultants Bureau, New York 1959.
- 4 H. J. BAUER u. E. SCHIMDBAUER, Naturwiss. **48**, 425 [1961]; Z. Phys. **164**, 367 [1961].
- 5 W. ANDRÄ, Phys. Status Solidi **1**, K 135 [1961]; J. Phys. Soc. Japan **17**, Suppl. B-I, 585 [1961].

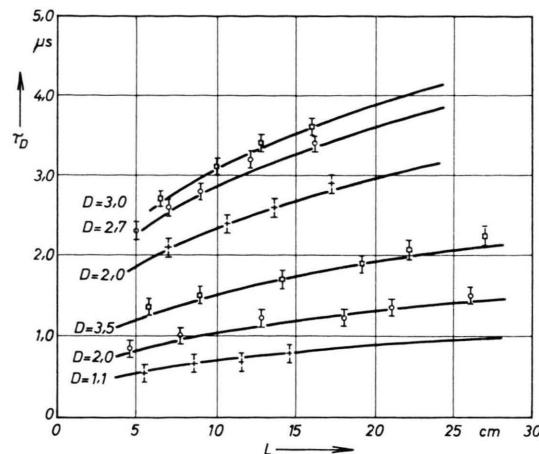


Abb. 5. Graphische Darstellung der Anstiegszeit $\tau_D = \tau_D(L, D)$. Obere Kurvenschar: Messing MS 58, untere Kurvenschar: Gerätglas AR.

Wir möchten Herrn Professor FÜCKS für die Unterstützung dieser Arbeit besonders danken.

aufgehoben werden kann⁴⁻⁶, und es erschien von Interesse, die entsprechende Auswirkung auf die FWA zu verfolgen. Wegen der relativ hohen CT des Nickels (ca. 360 °C) und der andererseits unterhalb 0 °C einsetzenden Instabilität des Hydrids⁷ ist der Einfluß der Wasserstoffeinlagerung lediglich im Anfangsteil der Anomalie einer Messung zugänglich⁸⁻¹⁰. Die durch unsere Messungen zur Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung¹¹ nahegelegte Frage nach einer möglichen Verschiebung der CT in den ersten Desorptionsstadien des Systems Ni—H war durch Widerstandsmessungen nicht zu beantworten. Zu beobachten war sowohl ein erheblicher Rückgang des Temperaturkoeffizienten des Widerstandes (α)⁸⁻¹⁰, bedingt durch die Auffüllung des d-Bandes mit Wasserstoffelektronen¹², als auch eine leichte Entkrümmung der $R(T)$ -Kurve^{8, 10}, welche wohl der Aufhebung der spontanen Magnetisierung zuzuschreiben ist.

Inzwischen konnten wir durch magnetische und röntgenographische Untersuchungen¹³ direkt nachweisen, daß sich bei Anwendung des für reines Nickel bekannten Beladungsverfahrens⁷ Wasserstoff auch in Legierungen des Nickels mit Kupfer einlagern läßt. Bei vollständiger Beladung (Aufhebung der spontanen Magne-

⁶ L. KOZŁOWSKI u. S. KUBIAK, Phys. Status Solidi **3**, K 117 [1963].

⁷ B. BARANOWSKI u. M. SMIAŁOWSKI, Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Chim. **7**, 663 [1959].

⁸ H. J. BAUER, Z. Phys. **177**, 1 [1964].

⁹ B. BARANOWSKI, Acta Met. **12**, 322 [1964].

¹⁰ H. J. BAUER u. U. THOMAS, Z. Naturforsch. **21a**, 2106 [1966].

¹¹ H. J. BAUER u. O. RUCZKA, Z. Angew. Phys. **21**, 18 [1966].

¹² A. FAESSLER u. R. SCHMID, Phys. Verh. **4/5**, 149 [1963]; Z. Phys. **190**, 10 [1966]. — A. N. NIGAM, Curr. Sci. **33**, 76 [1964].